

# VECTOR MECHANICS FOR ENGINEERS: STATICS

CHAPTER

# 4

Ferdinand P. Beer  
E. Russell Johnston, Jr.

Lecture Notes:  
J. Walt Oler  
Texas Tech University

Equilibrium of Rigid Bodies

# MÜHENDİSLER İÇİN VEKTÖR MEKANİĞİ

# STATİK

Beer • Johnston • Mazurek

10.

Metrik  
Basımdan  
Çeviri

Çevirenler  
Ömer Gündoğdu  
Osman Kopmaz



## BÖLÜM 4 Rijit Cisimlerin Dengesi

## Giriş

- Statik olarak dengedeki rijit bir cisim için, DIŞ KUVVETLER ve MOMENTLER de dengededir ve cisimde hiçbir ötelenme ve dönmeye neden olmayacaklardır.
- Reaksiyon kuvvetleri ve tüm dış kuvvetlerin toplamının sıfıra eşit olduğu bir cisimde statik denge için gerekli ve yeterli şart:

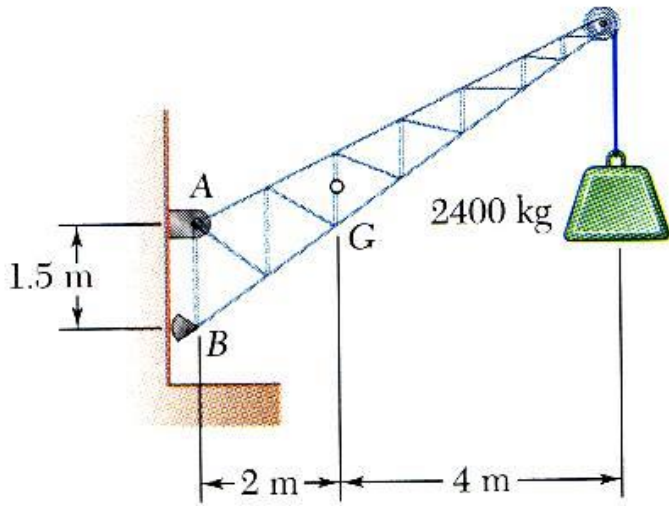
$$\sum \vec{F} = 0 \quad \sum \vec{M}_O = \sum (\vec{r} \times \vec{F}) = 0$$

- Her bir kuvveti ve her bir momenti dik bileşenlerine ayırırsak rijit cismin dengede olması için gerek ve yeter şartları aşağıdaki 6 skaler denklem ile gösterebiliriz:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad \sum F_y = 0 & \quad \sum F_z = 0 \\ \sum M_x = 0 & \quad \sum M_y = 0 & \quad \sum M_z = 0 \end{aligned}$$

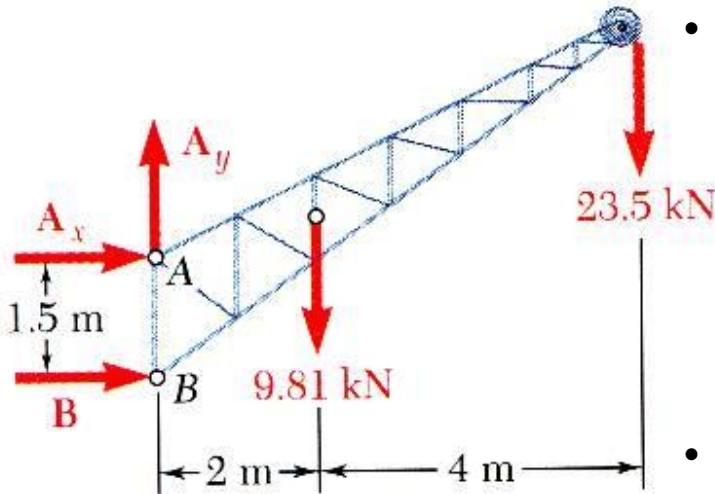
# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Serbest cisim diyagramı





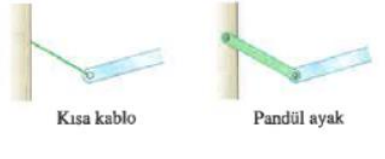

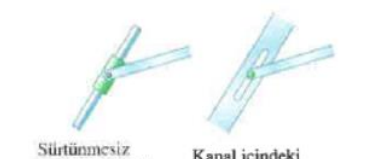
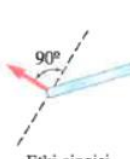

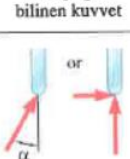
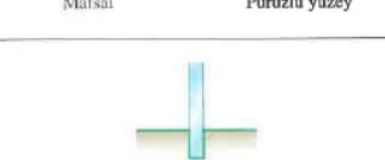
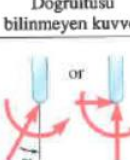
Rijit bir statik denge analizindeki ilk aşama cisme etkiyen tüm kuvvetleri bir *serbest cisim diyagramında* göstermektir.

- Serbest cisim diyagramının sınırlarını belirleyin ve tüm zemin ve diğer bağlantı elemanlardan kurtarın.
- Cismin kendi ağırlığı da dahil olmak üzere tüm dış yüklerin uygulama noktası, doğrultusu, yönü ve büyüklüğünü kuvvet olarak gösterin.
- Reaksiyon kuvvetleri gibi bilinmeyen kuvvetleri uygulama noktası ile birlikte kabul ettiğiniz beklenen bir yön ile çizin. Reaksiyon kuvvetleri genellikle zemin veya cismin bağlandığı mesnetlerde olup cismin dış kuvvetlerle hareket etmesi beklenen yöne ters yöndedir.
- Olası tüm moment ve kuvvetleri hesaplamak için gerekli tüm boyutları SCD'de gösterin..



# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

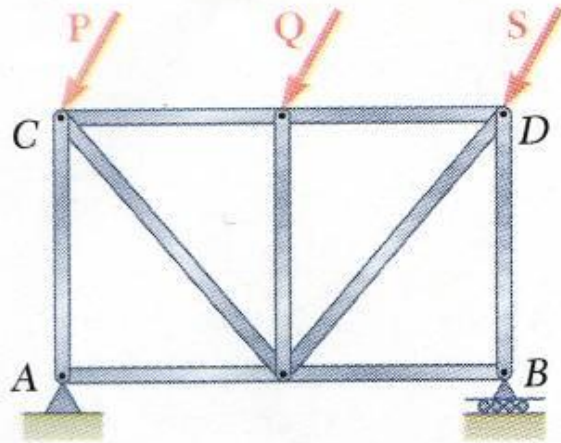
## İki boyutlu yapılar için mesnetlerdeki ve bağlantılardaki reaksiyonlar

Mesnet veya Bağ	Tepki	Bilinmeyen sayısı
 <p>Kayıcı Mafsal      Sürtünmesiz yüzey</p>	 <p>Etki çizgisi bilinen kuvvet</p>	1
 <p>Kısa kablo      Pandül ayak</p>	 <p>Etki çizgisi bilinen kuvvet</p>	1
 <p>Sürtünmesiz çubuk üzerindeki bitezik      Kanal içindeki sürtünmesiz pim</p>	 <p>90° Etki çizgisi bilinen kuvvet</p>	1
 <p>Mafsal      Pürüzlü yüzey</p>	 <p>or <math>\alpha</math> Doğrultusu bilinmeyen kuvvet</p>	2
 <p>Ankastre mesnet</p>	 <p>or <math>\alpha</math> Kuvvet ve kuvvet çifti</p>	3

Şekil 4.1 Mesnet ve bağlardaki tepkiler.

# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Rijit bir cismin iki boyuttaki dengesi



(a)

- İki boyutlu bir yapıda tüm kuvvet ve momentler için,

$$F_z = 0 \quad M_x = M_y = 0 \quad M_z = M_O$$

- Denge denklemleri:

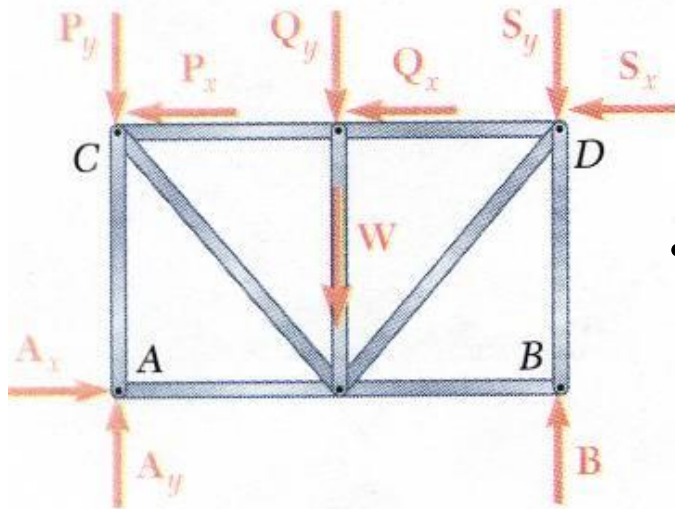
$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_A = 0$$

Burada A yapı düzlemindeki herhangi bir noktadır.

- Elde edilen 3 denklem en fazla 3 bilinmeyeni bulmak için çözülebilir.

- Üç denge denklemi, ilave denklemlerle çoğaltılamaz, hiçbiri başka denklemle değiştirilemez. Alternatif denge denklemleri:

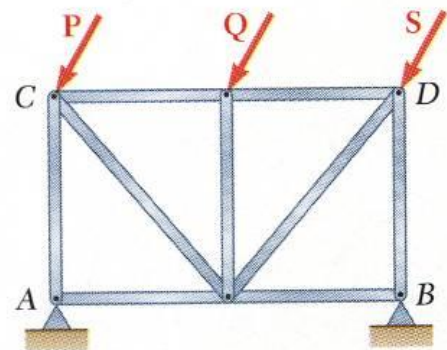
$$\sum F_x = 0 \quad \sum M_A = 0 \quad \sum M_B = 0$$



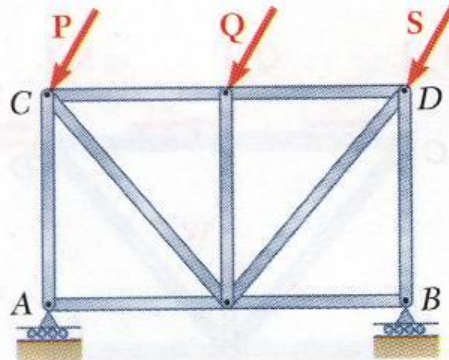
(b)

# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

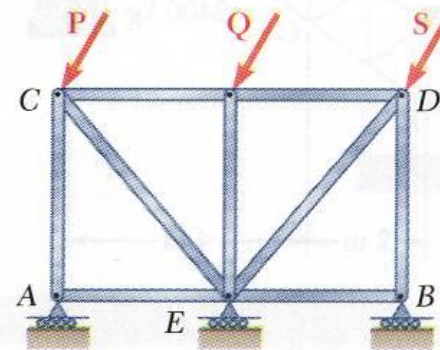
## Statik olarak belirsiz tepkiler



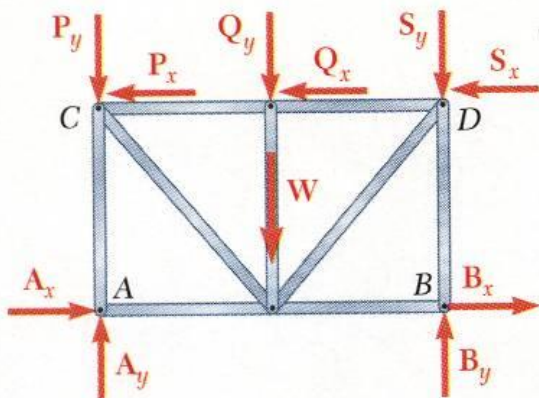
(a)



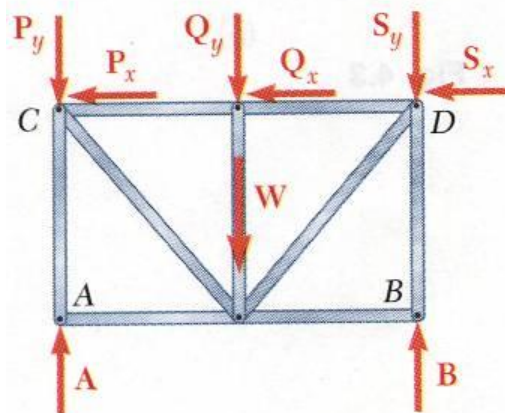
(a)



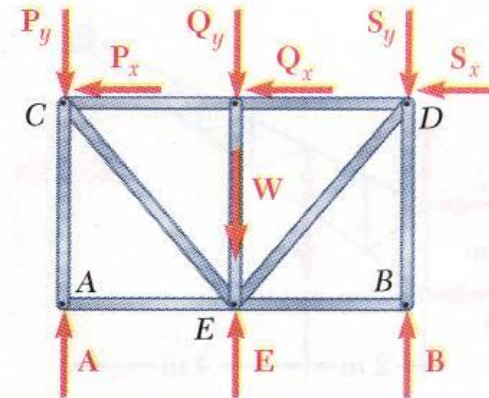
(a)



(b)



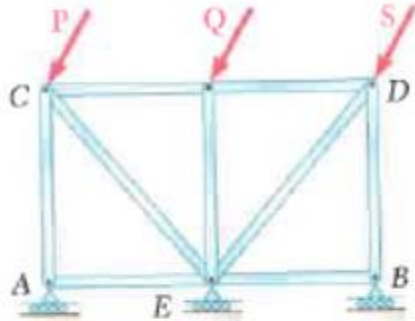
(b)



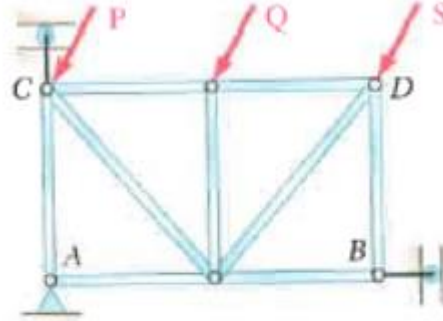
(b)

- Denklemlerden daha fazla bilinmeyen
- Denklemlerden daha az bilinmeyen var, yetersiz kısıtlanmış!
- Denklem ve bilinmeyen sayısı aynı ancak yetersiz kısıtlanmış!

## Yetersiz kısıtlar



(a)

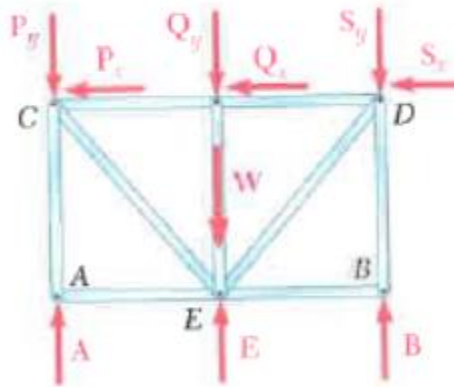


(a)

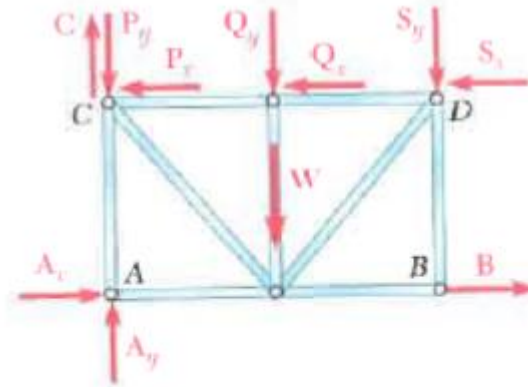
Mesnetler yeterli sayıda tepki sağlayabilse de;

- Aynı noktadan geçmeleri
- Paralel olmaları halinde

cisim yetersiz kısıtlanmıştır.



(b)



(b)

Şekil 4.6 Yetersiz kısıtlar.

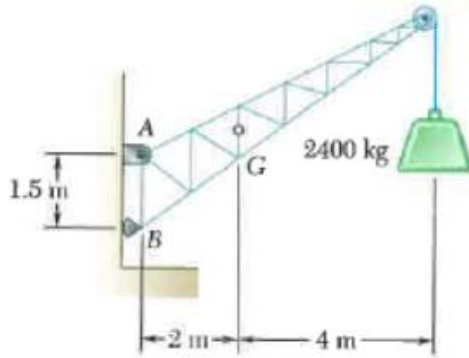
Şekil 4.7 Yetersiz kısıtlar.





# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Örnek problem 4.1



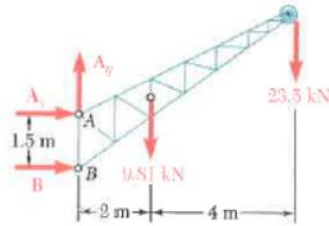
### ÖRNEK PROBLEM 4.1

Sabit bir vincin kütlesi 1000 kg'dır ve 2400 kg'lık bir sandığı kaldırmak için kullanılmaktadır. A'daki pim ve B'deki kayıcı mafsall ile yerinde tutulmaktadır. Vincin ağırlık merkezi C noktasındadır. A ile B'deki tepkilerin bileşenlerini bulunuz.



# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Örnek problem 4.1 çözümü



### ÇÖZÜM

**Serbest Cisim Diyagramı.** Vincin serbest cisim diyagramı çizilmiştir. Vinc ile sandığın kütesini  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  ile çarpıp ve ağırlıkları 9810 N veya 9.81 kN ve 23500 N veya 23.5 kN olarak buluruz. A'daki tepki doğrultusu bilinmeyen bir kuvvettir ve  $A_x$  ile  $A_y$  bileşenleriyle temsil edilir. B mafsalındaki tepki mafsal yüzeyine diktir, dolayısıyla yataydır.  $A_x$ ,  $A_y$  ve B'nin gösterilen doğrultularda etki ettiği varsayıyoruz.

**B'nin Bulunması.** Bütün dış kuvvetlerin A'ya göre momentlerinin toplamını sıfır olarak ifade ederiz. Elde edilen denklemde  $A_x$  veya  $A_y$  olmayacaktır, çünkü  $A_x$  ile  $A_y$ 'nin A'ya göre momentleri sıfırdır. Her bir kuvvetin büyüklüğünü A'ya dik uzaklığıyla çarpıp

$$+\curvearrowright \Sigma M_A = 0: \quad +B(1.5 \text{ m}) - (9.81 \text{ kN})(2 \text{ m}) - (23.5 \text{ kN})(6 \text{ m}) = 0$$

$$B = +107.1 \text{ kN} \quad B = 107.1 \text{ kN} \rightarrow$$

yazarız. Sonuç pozitif olduğu için, tepki varsayılan yöndedir.

**$A_x$ 'in Bulunması.**  $A_x$ 'in büyüklüğü bütün dış kuvvetlerin yatay bileşenlerinin toplamını sıfır olarak bulunur.

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0: \quad A_x + B = 0$$

$$A_x + 107.1 \text{ kN} = 0$$

$$A_x = -107.1 \text{ kN} \quad A_x = 107.1 \text{ kN} \leftarrow$$

Sonuç negatif olduğu için,  $A_x$  başlangıçta varsayılan yönün tersinedir.

**$A_y$ 'nin Bulunması.** Düşey bileşenlerin toplamı da sifıra eşit olmalıdır.

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0: \quad A_y - 9.81 \text{ kN} - 23.5 \text{ kN} = 0$$

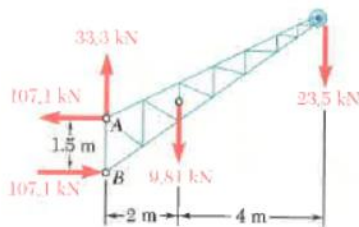
$$A_y = +33.3 \text{ kN} \quad A_y = 33.3 \text{ kN} \uparrow$$

$A_x$  ile  $A_y$ 'yi vektörel olarak toplarsak A'daki tepkiyi 112.2 kN  $\sphericalangle 17.3^\circ$  olarak buluruz.

**Sağlama.** Bütün dış kuvvetlerin herhangi bir noktaya göre momentlerinin toplamının sıfır olması gerektiğini hatırlayarak elde edilen tepki değerlerinin sağlamasını yapıyoruz. Örnek olarak B noktasını ele alırsak

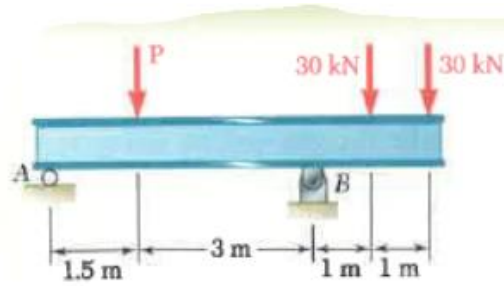
$$+\curvearrowright \Sigma M_B = -(9.81 \text{ kN})(2 \text{ m}) - (23.5 \text{ kN})(6 \text{ m}) + (107.1 \text{ kN})(1.5 \text{ m}) = 0$$

yazarız.



# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Örnek problem 4.2

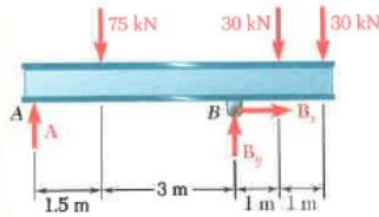


### ÖRNEK PROBLEM 4.2

Şekilde görülen kirişe üç adet yük uygulanmıştır. Kiriş  $A$ 'da makara ve  $B$ 'de pim ile mesnetlenmiştir. Kirişin ağırlığını ihmal ediniz.  $P = 75$  kN iken  $A$  ile  $B$ 'deki tepkileri bulunuz.



# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik



## ÇÖZÜM

**Serbest Cisim Diyagramı.** Kirişin serbest cisim diyagramı çizilmiştir. A'daki tepki düşeydir ve A ile gösterilmiştir. B'deki tepki  $B_x$  ve  $B_y$  bileşenleriyle temsil edilmiştir. Her bir bileşenin görülen doğrultuda etki ettiği varsayılmıştır.

**Denge Denklemleri.** Aşağıdaki denge denklemlerini yazar ve belirtilen tepkileri bulmak için çözeriz:

$$\pm \rightarrow \Sigma F_x = 0: \quad B_x = 0 \quad B_x = 0 \quad \leftarrow$$

$$\begin{aligned} +\uparrow \Sigma M_A = 0: \\ -(75 \text{ kN})(1.5 \text{ m}) + B_y(4.5 \text{ m}) - (30 \text{ kN})(5.5 \text{ m}) - (30 \text{ kN})(6.5 \text{ m}) = 0 \\ B_y = +105 \text{ kN} \quad B_y = 105 \text{ kN} \uparrow \quad \leftarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} +\uparrow \Sigma M_B = 0: \\ -A(4.5 \text{ m}) + (75 \text{ kN})(3 \text{ m}) - (30 \text{ kN})(1 \text{ m}) - (30 \text{ kN})(2 \text{ m}) = 0 \\ A = +30 \text{ kN} \quad A = 30 \text{ kN} \uparrow \quad \leftarrow \end{aligned}$$

**Sağlama.** Bütün dış kuvvetlerin düşey bileşenleri toplanarak sonuçların sağlanması yapılır:

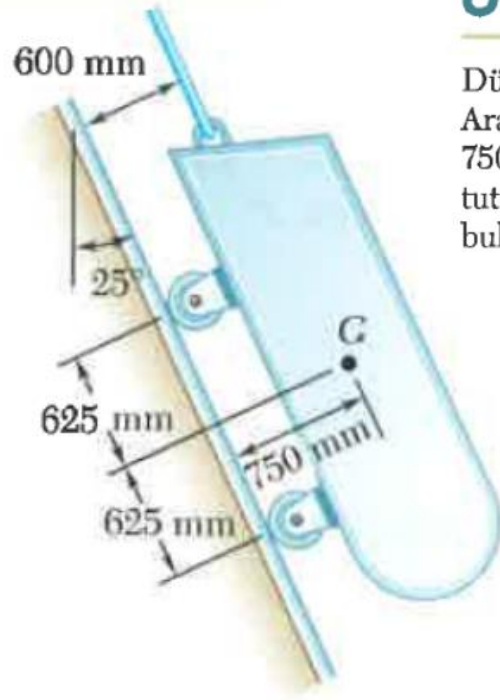
$$+\uparrow \Sigma F_y = +30 \text{ kN} - 75 \text{ kN} + 105 \text{ kN} - 30 \text{ kN} - 30 \text{ kN} = 0$$

**Açıklama.** Bu problemde A ile B'deki tepkilerin ikisi de düşeydir, ancak bu tepkiler farklı sebeplerden dolayı düşeydir. Kiriş, A'da makarayla mesnetlenmiştir; bundan dolayı tepkinin yatay bileşeni olamaz. B'de tepkinin yatay bileşeni sıfırdır çünkü  $\Sigma F_x = 0$  denge denklemini sağlamalıdır ve kirişe etki eden diğer kuvvetlerin hiçbirisinin yatay bileşeni yoktur.

İlk bakışta B'deki tepkinin düşey olduğu dikkatimizi çekmişti ve  $B_x$  yatay bileşeni almaktan vazgeçmiştik. Ancak bu kötü bir uygulamadır. Bunu takip edersek yükleme şartlarının  $B_x$  bileşenini gerektirdiği yerde, bu bileşeni unutmaya tehlikesiyle karşılaşırız (yani yatay bir yük olursa). Ayrıca  $\Sigma F_x = 0$  denge denklemini kullanarak  $B_x$  bileşeni sıfır olarak bulunmuştu. İlk anda  $B_x$ 'i sıfır alırsak bu denklemini kullandığımızı göremeyebiliriz, dolayısıyla problemi çözmek için elimizde olan denklem sayısının izini kaybedebiliriz.

# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Örnek problem 4.3



### ÖRNEK PROBLEM 4.3

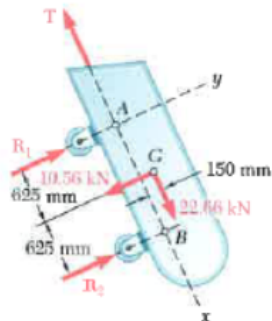
Düşeyle  $25^\circ$ 'lik açı yapan bir demir yolunda, bir yük arabası durmaktadır. Arabanın ve yükün brüt ağırlığı 25 kN'dur ve iki dingilin ortasında yoldan 750 mm uzağa uygulanmıştır. Araba yoldan 600 mm uzaktaki bir kabloyla tutulmuştur. Kablodaki çekme kuvvetini ve her bir tekerlek çiftindeki tepkiyi bulunuz.



# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Örnek problem 4.3 çözümü

### ÇÖZÜM



**Serbest Cisim Diyagramı.** Arabanın serbest cisim diyagramı çizilmiştir. Her bir tekerlekteki tepki yola diktir,  $T$  çekme kuvvetiyse yola paraleldir. Uygun olsun diye,  $x$  eksenini yola paralel ve  $y$  eksenini yola dik seçeriz. Sonrasında 25 kN'luk ağırlığı  $x$  ve  $y$  bileşenlerine ayırırız.

$$W_x = +(25 \text{ kN}) \cos 25^\circ = +22.66 \text{ kN}$$

$$W_y = -(25 \text{ kN}) \sin 25^\circ = -10.56 \text{ kN}$$

**Denge Denklemleri.** Hesaplardan  $T$  ile  $R_1$ 'i yok etmek için momentleri  $A$ 'ya göre alırız.

$$+\uparrow \Sigma M_A = 0: \quad -(10.56 \text{ kN})(0.625 \text{ m}) - (22.66 \text{ kN})(0.15 \text{ m})$$

$$+ R_2(1.25 \text{ m}) = 0$$

$$R_2 = +8 \text{ kN}$$

$$R_2 = 8 \text{ kN} \nearrow \leftarrow$$

Hesaplardan  $T$  ile  $R_2$ 'yi yok etmek için momentleri  $B$ 'ye göre alırız.

$$+\uparrow \Sigma M_B = 0: \quad (10.56 \text{ kN})(0.625 \text{ m}) - (22.66 \text{ kN})(0.15 \text{ m})$$

$$- R_1(1.25 \text{ m}) = 0$$

$$R_1 = +2.56 \text{ kN}$$

$$R_1 = +2.56 \text{ kN} \nearrow \leftarrow$$

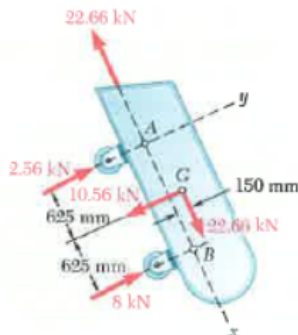
$T$ 'nin değeri

$$\searrow + \Sigma F_x = 0: \quad +22.66 \text{ kN} - T = 0$$

$$T = +22.66 \text{ kN}$$

$$T = 22.66 \text{ kN} \nwarrow \leftarrow$$

yazarak bulunur. Hesaplanan tepki değerleri yandaki çizimde gösterilmiştir.



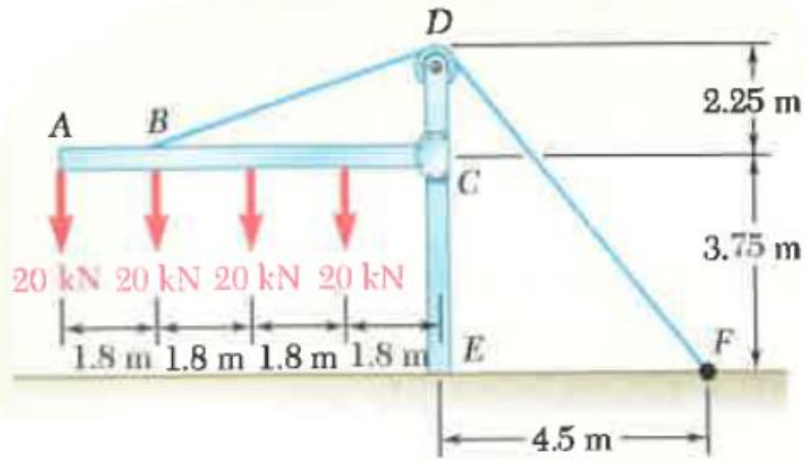
**Sağlama.** Aşağıdaki denklemi yazarak hesaplamalar doğrulanır.

$$\nearrow + \Sigma F_y = +2.56 \text{ kN} + 8 \text{ kN} - 10.56 = 0$$

$A$  veya  $B$ 'den başka herhangi bir noktaya göre momentleri hesaplayarak da bu çözümün sağlaması yapılabilir.

# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Örnek problem 4.4

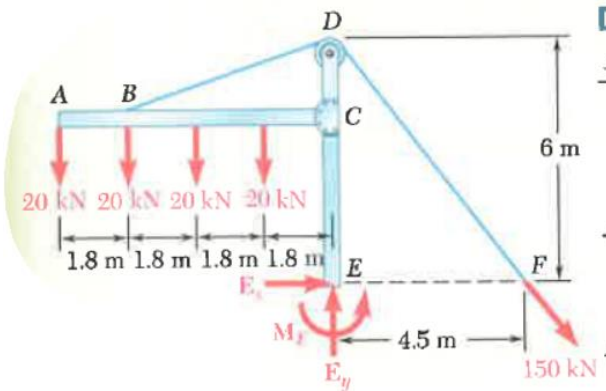


Şekilde görülen çerçeve küçük bir binanın çatısının bir kısmını desteklemektedir. Kablodaki çekme kuvvetinin 150 kN olduğu bilindiğine göre E ucundaki tepkiyi bulunuz.



# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Problem 4.4 Çözümü



**Serbest Cisim Diyagramı.** Çerçevenin ve *BDF* kablusunun serbest cisim diyagramı çizilmiştir. Sabit uç *E*'deki tepki  $E_x$  ile  $E_y$  bileşenleri ve  $M_E$  kuvvet çifti ile temsil edilmiştir. Serbest cisme etki eden diğer kuvvetler dört tane 20 kN'luk yük ile kablo ucu *F*'ye uygulanan 150 kN'luk bir kuvvettir.

**Denge Denklemleri.**  $DF = \sqrt{(4.5 \text{ m})^2 + (6 \text{ m})^2} = 7.5 \text{ m}$ 'dir.

$$\begin{aligned} \rightarrow \Sigma F_x = 0: \quad E_x + \frac{4.5}{7.5}(150 \text{ kN}) &= 0 \\ E_x &= -90.0 \text{ kN} \quad E_x = 90.0 \text{ kN} \leftarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} +\uparrow \Sigma F_y = 0: \quad E_y - 4(20 \text{ kN}) - \frac{6}{7.5}(150 \text{ kN}) &= 0 \\ E_y &= +200 \text{ kN} \quad E_y = 200 \text{ kN} \uparrow \end{aligned}$$

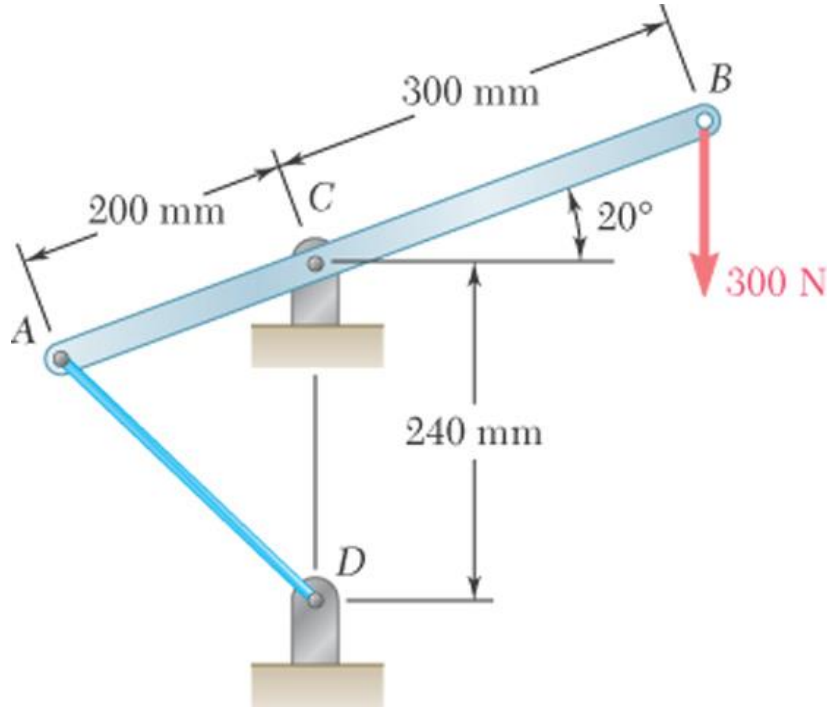
$$\begin{aligned} +\curvearrowright \Sigma M_E = 0: \quad (20 \text{ kN})(7.2 \text{ m}) + (20 \text{ kN})(5.4 \text{ m}) + (20 \text{ kN})(3.6 \text{ m}) \\ + (20 \text{ kN})(1.8 \text{ m}) - \frac{6}{7.5}(150 \text{ kN})(4.5 \text{ m}) + M_E &= 0 \\ M_E &= +180.0 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad M_E = 180.0 \text{ kN} \cdot \text{m} \curvearrowright \end{aligned}$$





# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Problem 4.24



AB kolu C noktasında mafsallanmış ve A noktasında ise AD teli ile D mesnetine bağlanmıştır. Kolun B noktasından 300-N düşey bir kuvvet uygulanması halinde

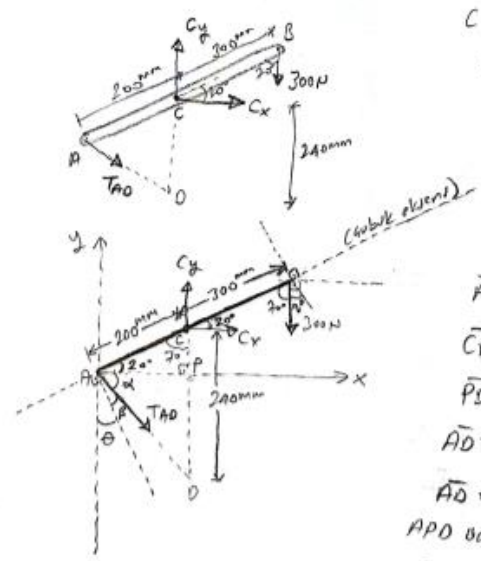
- AD kablosunda oluşacak çekme kuvvetini
- C mafsalındaki reaksiyon kuvvetlerini hesaplayınız.



# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Problem 4.24

Problem 2iA çözümleri



C noktası mutlak olarak  
 $\sum M_C = 0$  alınabilir.

$\alpha$  açısının bulunması gerekir.

$$\overline{AP} = (200) \times \cos 20^\circ = 189,94 \text{ mm}$$

$$\overline{CP} = (200) \times \sin 20^\circ = 68,04 \text{ mm}$$

$$\overline{PD} = (240) - (68,04) = 171,96 \text{ mm}$$

$$\overline{AD} = \sqrt{(189,94)^2 + (171,96)^2}$$

$$\overline{AD} = 254,24 \text{ mm}$$

APD üçgeninde sinüs teoreminden

$$\frac{\sin \alpha}{171,96} = \frac{\sin 30^\circ}{254,24} \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = \frac{171,96 \times \sin 30^\circ}{254,24} \Rightarrow$$

$$\alpha = \sin^{-1}(0,675) = 42,45^\circ$$

$$\beta = 30 - 42,45 - 20 = 27,55^\circ$$

$$\Rightarrow \sum M_C = 0 \Rightarrow (T_{A0} \cdot \cos \beta) \cdot (200) - (300 \cdot \cos 20^\circ) \cdot (300) = 0$$

$$\Rightarrow T_{A0} = 476,94 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_{A0} \cdot \cos(42,45^\circ) + C_x = 0 \Rightarrow C_x = -351,92 \text{ kN}$$

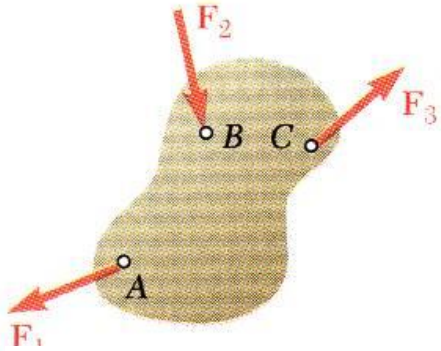
$$\uparrow \sum F_y = 0 \quad \theta = 90 - \alpha - \beta = 90 - 42,45 - 27,55 = 20^\circ$$

$$-T_{A0} \cdot \cos(\beta + \theta) + C_y - 300 = 0$$

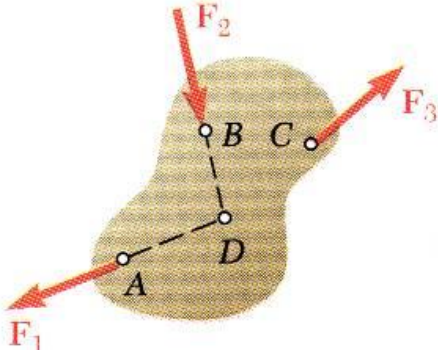
$$-476,94 \cdot \cos(69,95^\circ) + C_y - 300 = 0 \Rightarrow C_y = 621,9 \text{ kN}$$



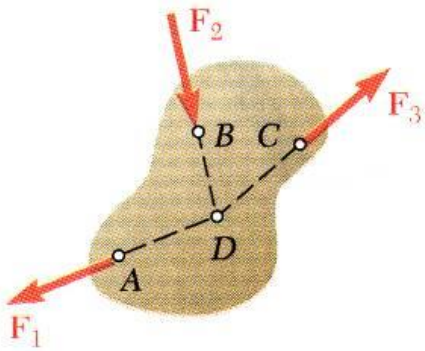
## Üç Kuvvet Elemanının Dengesi



- Sadece üç noktaya etki eden kuvvetler altındaki rijit cismi düşünelim.
- Bu cisim dengedeysse bu üç kuvvetin etki çizgileri ya tek bir noktadan geçmeli yada paralel olmalıdır.

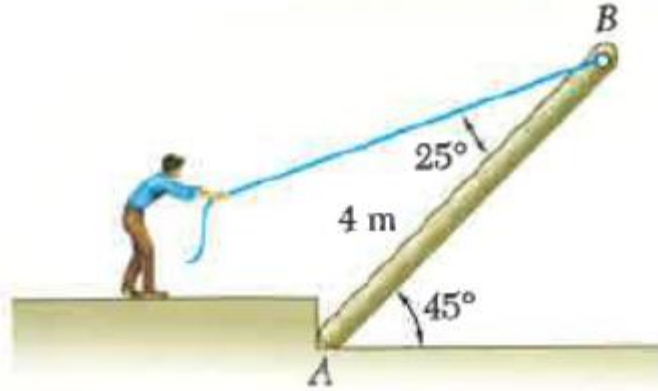


- Cisim dengedeysse  $F_1$ ,  $F_2$ , ve  $F_3$  'ün herhangi bir noktaya göre momenti sıfır olmalıdır.  $F_1$  ve  $F_2$  kuvvetlerinin etki çizgilerinin kesiştiği  $D$  noktasına göre momentleri sıfır olduğundan  $F_3$  'ün de  $D$  noktasına göre momenti sıfır olmalıdır. Buna göre  $F_3$  'ün etki çizgisi de  $D$  'den geçmelidir..
- Bu durumun tek istisnası bu kuvvetlerin birbirlerine paralel olmasıdır.



# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Örnek problem 4.6



### ÖRNEK PROBLEM 4.6

Bir adam kütlesi 10 kg, uzunluğu 4 m olan bir kirişi iple çekerek kaldırmaktadır. İpteki çekme kuvveti  $T$  ile  $A$ 'daki tepkiyi bulunuz.



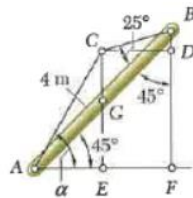
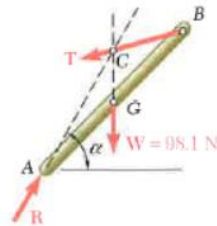
# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Örnek problem 4.6 çözümü

### ÇÖZÜM

**Serbest Cisim Diyagramı.** Kiriş üç kuvvet elemanıdır. Çünkü üzerinde üç kuvvet etki etmektedir: Ağırlık  $W$ , ipin uyguladığı kuvvet  $T$  ve zeminin  $A$ 'daki tepkisi  $R$ .

$$W = mg = (10 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 98.1 \text{ N}$$



**Üç Kuvvet Elemanı.** Kiriş üç kuvvet elemanı olduğu için üzerinde etki eden kuvvetler aynı noktadan geçmelidir. Bu sebeple  $R$  tepkisi, ağırlık  $W$  ile çekme kuvveti  $T$ 'nin etki çizgilerinin kesişim noktası  $C$ 'den geçecektir. Bu durum  $R$ 'nin yatay ile yaptığı  $\alpha$  açısını bulmak için kullanılacaktır.

$BF$  düşeyini  $B$ 'den,  $CD$  yatayını  $C$ 'den geçecek şekilde çizersek

$$AF = BF = (AB) \cos 45^\circ = (4 \text{ m}) \cos 45^\circ = 2.828 \text{ m}$$

$$CD = EF = AE = \frac{1}{3}(AF) = 1.414 \text{ m}$$

$$BD = (CD) \cot (45^\circ + 25^\circ) = (1.414 \text{ m}) \tan 20^\circ = 0.515 \text{ m}$$

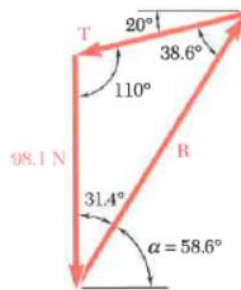
$$CE = DF = BF - BD = 2.828 \text{ m} - 0.515 \text{ m} = 2.313 \text{ m}$$

yazarız. Buradan

$$\tan \alpha = \frac{CE}{AE} = \frac{2.313 \text{ m}}{1.414 \text{ m}} = 1.636$$

$$\alpha = 58.6^\circ$$

Artık kirişe etki eden bütün kuvvetlerin doğrultusunu biliyoruz.



**Kuvvet Üçgeni.** Görülen kuvvet üçgeni çizilir ve iç açıları kuvvetlerin bilinen yönünden hesaplanır. Sinüs kanununu kullanarak aşağıdaki sonuca ulaşırız.

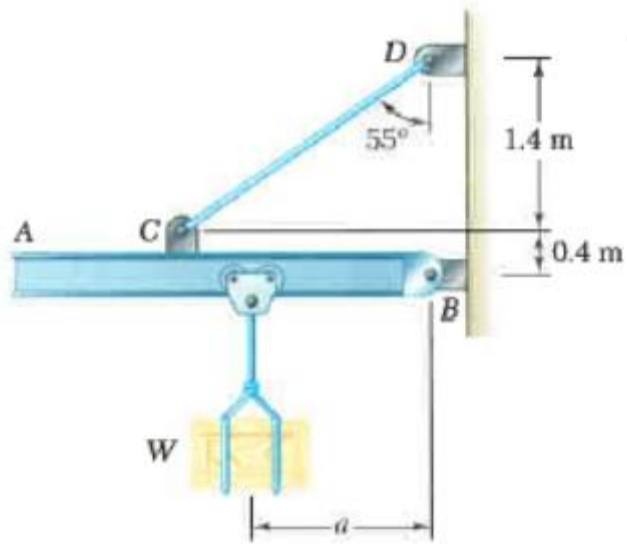
$$\frac{T}{\sin 31.4^\circ} = \frac{R}{\sin 110^\circ} = \frac{98.1 \text{ N}}{\sin 38.6^\circ}$$

$$T = 81.9 \text{ N}$$

$$R = 147.8 \text{ N}$$

# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Problem 4.73



**4.73** Kütlesi 50 kg olan bir sandık şekilde gösterilen sisteme asılmıştır.  $a = 1.5$  m olduğu bilindiğine göre (a)  $CD$  kablosundaki çekme kuvvetini, (b)  $B$ 'deki tepkiyi bulunuz.

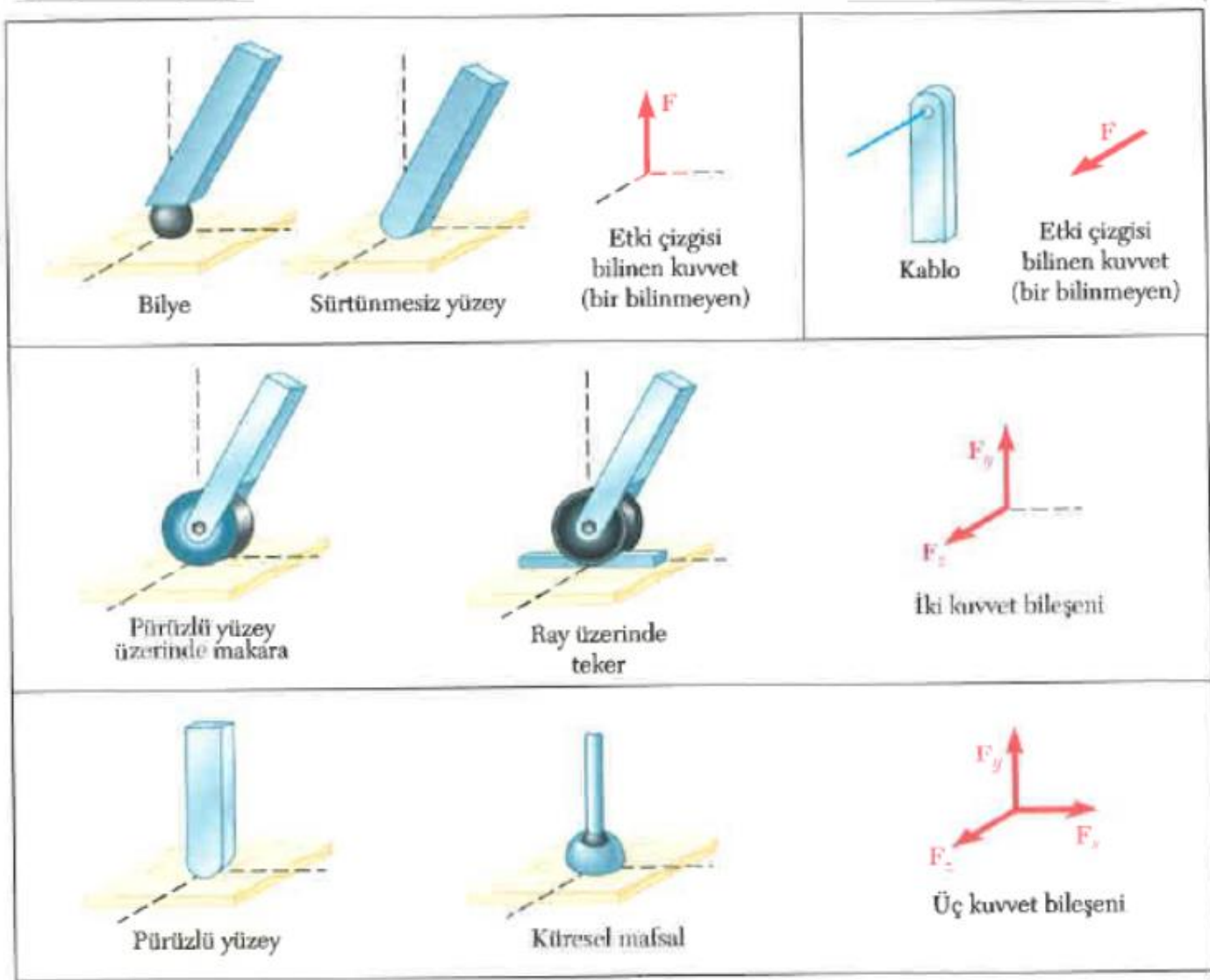
Çözüm:  $T_{CD} = 499$  N

$B = 457$  N  $\searrow 26.6^\circ$



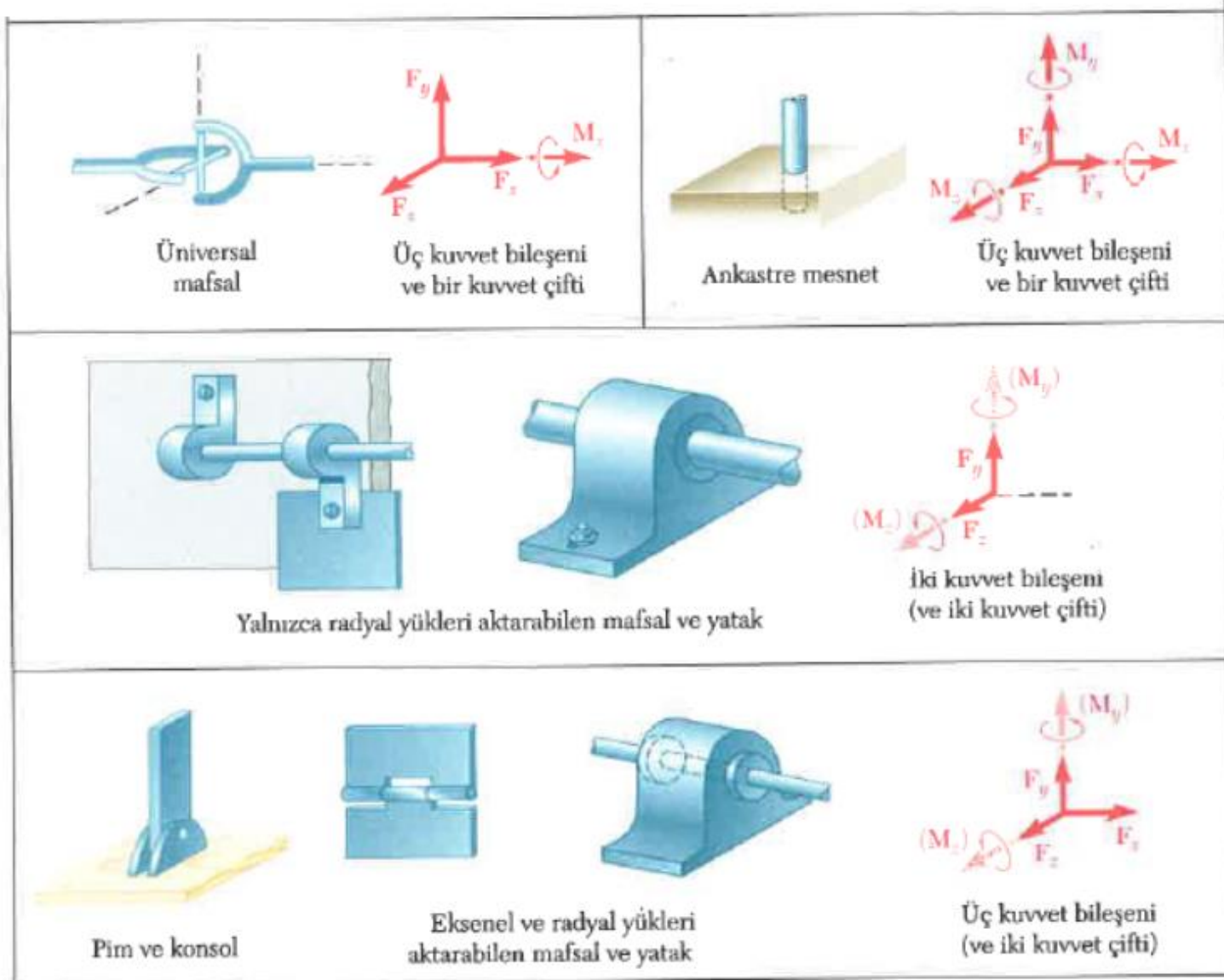
# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Üç Boyutlu Bir Yapıdaki Mesnet ve Bağlantı Tepkileri



# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

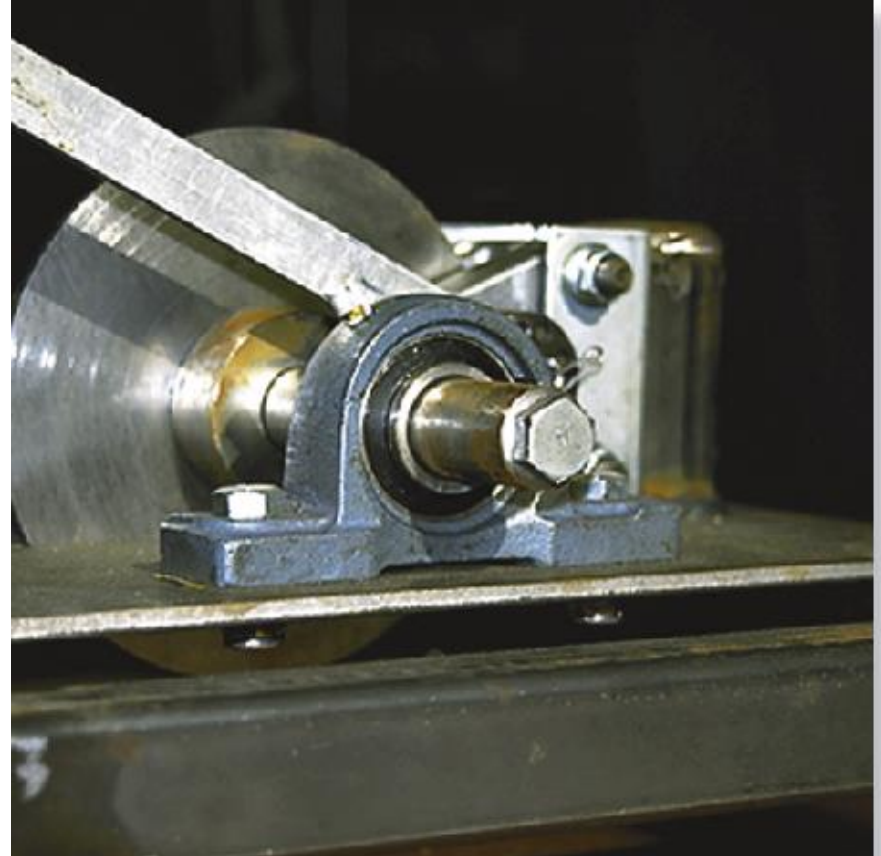
## Üç Boyutlu Bir Yapıdaki Mesnet ve Bağlantı Tepkileri





# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Mafsal ve mesnet örnekleri



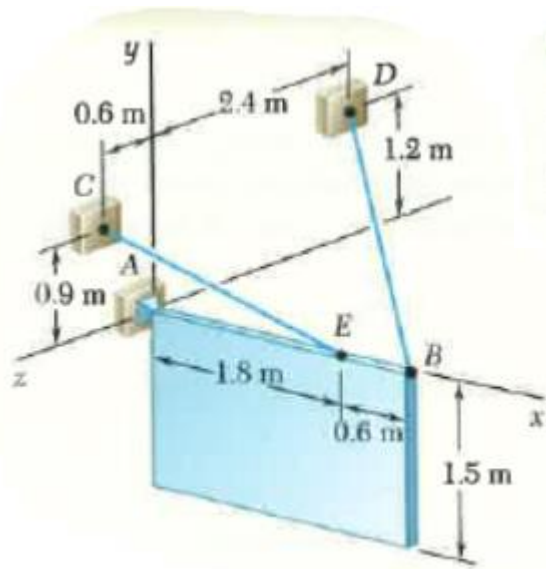
# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Mafsal ve mesnet örnekleri



# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Örnek problem 4.8



### ÖRNEK PROBLEM 4.8

Yoğunluğu düzgün dağılmış  $1.5 \text{ m} \times 2.4 \text{ m}$  ölçüsündeki bir işaret levhasının ağırlığı  $1200 \text{ N}$ 'dur. Levha, A'daki küresel mafsâl ve iki kabloyla mesnetlenmiştir. Her bir kablodaki çekme kuvvetini ve A'daki tepkiyi bulunuz.

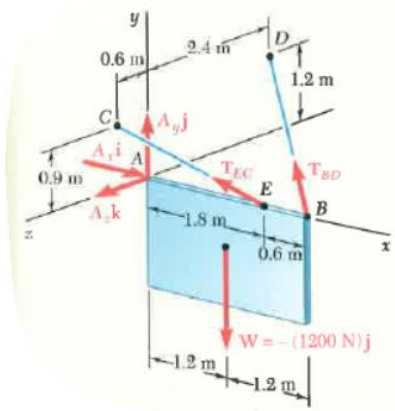


# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Örnek problem 4.8

### ÇÖZÜM

**Serbest Cisim Diyagramı.** Levhanın serbest cisim diyagramı çizilmiştir. Serbest cisme etki eden kuvvetler  $\mathbf{W} = -(1200 \text{ N})\mathbf{j}$  ile A, B ve E'deki tepkilerdir. A'daki tepki, doğrultusu bilinmeyen bir kuvvettir ve üç tane bilinmeyen bileşenle temsil edilir. Kablolara uyguladığı kuvvetin doğrultusu bilinmektedir. Bu kuvvetlerin her birisinde sadece bir bilinmeyen vardır, bu bilinmeyenler  $T_{BD}$  ve  $T_{EC}$  büyüklükleridir. Sadece beş tane bilinmeyen olduğu için levha kısmen kısıtlanmıştır. x eksenine göre serbestçe dönebilir, ancak verilen yükleme altında dengededir, çünkü  $\Sigma M_x = 0$  denklemini sağlar.



$T_{BD}$  ve  $T_{EC}$  kuvvetlerinin bileşeni, bilinmeyen  $T_{BD}$  ve  $T_{EC}$  büyüklükleri cinsinden şöyle ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} \vec{BD} &= -(2.4 \text{ m})\mathbf{i} + (1.2 \text{ m})\mathbf{j} - (2.4 \text{ m})\mathbf{k} & BD &= 3.6 \text{ m} \\ \vec{EC} &= -(1.8 \text{ m})\mathbf{i} + (0.9 \text{ m})\mathbf{j} + (0.6 \text{ m})\mathbf{k} & EC &= 2.1 \text{ m} \\ \mathbf{T}_{BD} &= T_{BD} \left( \frac{\vec{BD}}{BD} \right) = T_{BD} \left( -\frac{2}{3}\mathbf{i} + \frac{1}{3}\mathbf{j} - \frac{2}{3}\mathbf{k} \right) \\ \mathbf{T}_{EC} &= T_{EC} \left( \frac{\vec{EC}}{EC} \right) = T_{EC} \left( -\frac{6}{7}\mathbf{i} + \frac{3}{7}\mathbf{j} + \frac{2}{7}\mathbf{k} \right) \end{aligned}$$

**Denge Denklemleri.** Levhaya etki eden kuvvetlerin sıfıra denk bir sistem oluşturduğunu ifade edelim.

$$\begin{aligned} \Sigma \mathbf{F} = 0: & \quad A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k} + \mathbf{T}_{BD} + \mathbf{T}_{EC} - (1200 \text{ N})\mathbf{j} = 0 \\ & (A_x - \frac{2}{3}T_{BD} - \frac{6}{7}T_{EC})\mathbf{i} + (A_y + \frac{1}{3}T_{BD} + \frac{3}{7}T_{EC} - 1200 \text{ N})\mathbf{j} \\ & \quad + (A_z - \frac{2}{3}T_{BD} + \frac{2}{7}T_{EC})\mathbf{k} = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma \mathbf{M}_A = \Sigma (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) = 0: & \\ & (2.4 \text{ m})\mathbf{i} \times T_{BD} \left( -\frac{2}{3}\mathbf{i} + \frac{1}{3}\mathbf{j} - \frac{2}{3}\mathbf{k} \right) + (1.8 \text{ m})\mathbf{i} \times T_{EC} \left( -\frac{6}{7}\mathbf{i} + \frac{3}{7}\mathbf{j} + \frac{2}{7}\mathbf{k} \right) \\ & \quad + (1.2 \text{ m})\mathbf{i} \times (-1200 \text{ N})\mathbf{j} = 0 \\ & (0.8T_{BD} + 0.771T_{EC} - 1440 \text{ N})\mathbf{k} + (1.6T_{BD} - 0.514T_{EC})\mathbf{j} = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

Denk. (2)'deki  $\mathbf{j}$  ve  $\mathbf{k}$ 'nin katsayılarını sıfıra eşitlersek,  $T_{BD}$  ile  $T_{EC}$ 'yi hesaplayabileceğimiz iki sayısal denklem elde ederiz.

$$T_{BD} = 450 \text{ N} \quad T_{EC} = 1400.8 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

Denk. (1)'deki  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ , ve  $\mathbf{k}$ 'nin katsayılarını sıfıra eşitlersek, A'nın bileşenlerini verecek üç denklem daha elde ederiz.

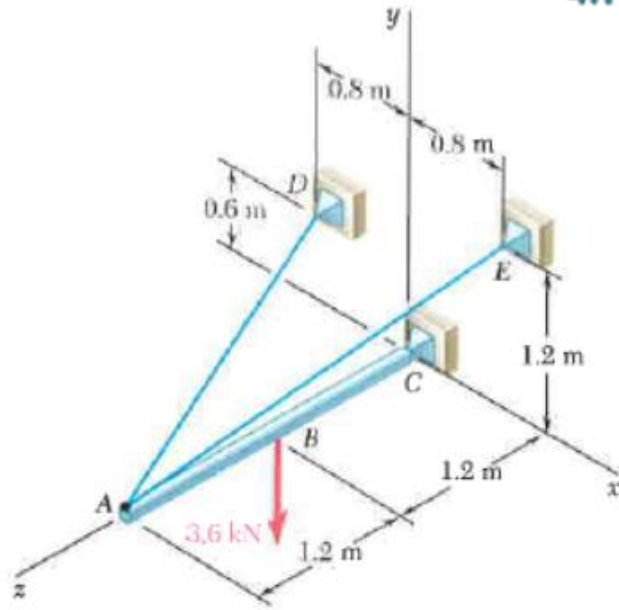
$$\mathbf{A} = +(1500.7 \text{ N})\mathbf{i} + (449.7 \text{ N})\mathbf{j} - (100.2 \text{ N})\mathbf{k} \quad \blacktriangleleft$$



# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

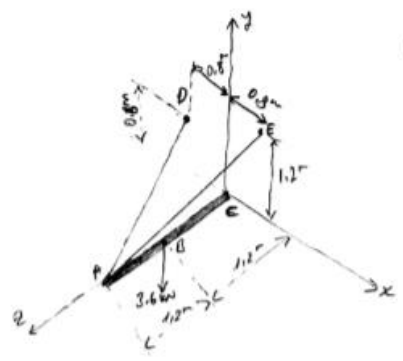
## Problem 4.105

**4.105** Boyu 2.4 m olan bir çubuk;  $C$ 'de küresel mafsalsal,  $AD$  ve  $AE$  kablolarıyla tutulmaktadır. Her bir kablodaki çekme kuvvetini ve  $C$ 'deki tepkiyi bulunuz.



# Mühendisler İçin Vektör Mekaniği: Statik

## Problem 4.105 çözümü



$|AC| = 2.4\text{m}$     C köşesinden oluşan  
 $T_{AO} = ?$      $\sum \vec{M}_C = 0!$   
 $T_{AE} = ?$   
 $R_C = ?$

Bilinmeyenler  $T_{AO}, T_{AE}, R_{Cx}, R_{Cy}, R_{Cz}$  → 5 bilinmeyen.  
 Denklemler  $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0, \sum M_x = 0, \sum M_y = 0, \sum M_z = 0$  (6 adet)

$\sum M_C = 0 \Rightarrow [\vec{r}_{CA} \times T_{AO}] + [\vec{r}_{CE} \times T_{AE}] + [\vec{r}_{CB} \times (-3.6)\hat{j}] = 0$

$\vec{r}_{CA} = +2.4\hat{k}$      $\vec{r}_{CE} = +1.2\hat{k}$

$\vec{T}_{AO} = T_{AO} \cdot \frac{\vec{AD}}{AD} = T_{AO} \cdot \frac{[-0.8\hat{i} + 0.4\hat{j} - 2.4\hat{k}]}{\sqrt{(0.8)^2 + (0.4)^2 + (2.4)^2}} \Rightarrow$

$\vec{T}_{AO} = T_{AO} \cdot (-0.308\hat{i} + 0.154\hat{j} - 0.922\hat{k})$

$\vec{T}_{AE} = T_{AE} \cdot \frac{\vec{AE}}{AE} = T_{AE} \cdot \frac{[0.8\hat{i} + 1.2\hat{j} - 2.4\hat{k}]}{\sqrt{(0.8)^2 + (1.2)^2 + (2.4)^2}} \Rightarrow$

$\vec{T}_{AE} = T_{AE} \cdot (0.286\hat{i} + 0.429\hat{j} - 0.857\hat{k})$

$\sum \vec{M}_C = 0$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 2.4 \\ -0.308 & 0.154 & -0.922 \end{vmatrix} \cdot T_{AO} + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 2.4 \\ 0.286 & 0.429 & -0.857 \end{vmatrix} \cdot T_{AE} + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 1.2 \\ 0 & -3.6 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Bu işlem sonucu 0'ın dışında birim vektörler (i, j, k) katsayıları da sıfır olacaktır.

$\hat{i}: -(2.4) \cdot (0.231) \cdot T_{AO} - (2.4) \cdot (0.429) \cdot T_{AE} - (-3.6) \cdot (1.2) = 0$   
 $-0.5544 T_{AO} - 1.0296 T_{AE} + 4.32 = 0$     (1)

$\hat{j}: -(-0.308) \cdot (2.4) \cdot T_{AO} - (2.4) \cdot (0.286) \cdot T_{AE} - (0) = 0$   
 $0.7392 T_{AO} + 0.6864 T_{AE} = 0 \Rightarrow T_{AO} = -0.9285 T_{AE}$     (2)

1'inci denkleme yaparsanız  
 $T_{AE} = 2.80 \text{ kN}$   
 $T_{AO} = 2.60 \text{ kN}$

C noktasındaki reaksiyonlar  $C_x \hat{i} + C_y \hat{j} + C_z \hat{k}$

$\sum F_x = 0 \Rightarrow C_x + (2.60) \cdot (-0.308) + (2.80) \cdot (0.286) = 0$   
 $C_x = 0$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow C_y + (2.60) \cdot (0.154) + (2.80) \cdot (0.429) - 3.6 = 0$   
 $C_y = 1.80 \text{ kN}$

$\sum F_z = 0 \Rightarrow C_z - (0.922) \cdot (2.60) - (0.857) \cdot (2.80) = 0$   
 $C_z = 4.80 \text{ kN}$

$C = (1.80)\hat{j} + (4.80)\hat{k}$

